

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN

Probabilidad y

Estadística

Actividades unidad 5:

Variables aleatorias discretas

1. De un lote de 1000 neumáticos se ha registrado el número de fallas que presenta cada uno con los siguientes resultados:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° defectos | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Frecuencia | 650 | 260 | 70 | 17 | 3 |
| P(X = Xi) | 0,65 | 0,26 | 0,07 | 0,017 | 0,004 |

Determinar la media (valor esperado) y el desvío típico del número de defectos.

**E(x)** = 0\*0,65 + 1\*0,26 + 2\*0,07 + 3\*0,017 + 4\*0,003 =**0,463 🡺 (E(x)) ²** = 0,467² = **0,214**

V(x) = E(x²) – (E(x))² 🡺 **E(x²)** = 0² \* 0,65 + 1² \* 0,26 + 2² \*0,07 + 3² \* 0,017 + 4² \* 0,003 =**0,741**

**V(x)** = 0,741 – 0,214 = **0,527 🡺** σ**(x) =** = = **0,7259**

1. Sea X una variable aleatoria discreta con la siguiente distribución de probabilidad:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | -1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Probabilidad | 5 . k | 0.12 | 0.23 | 0.17 | 0.23 |
| Probabilidad | 0.25 | 0.12 | 0.23 | 0.17 | 0.23 |

Hallar el valor de k, la P(X < 3), E(X) y V(X).

1. 1= 5\*K +0,12 +0,23 +0,17 +0,23 🡺 K= (1-0,12-0,23-0,17-0,23)/5 🡺 **K = 0,05**
2. **P(X < 3)** = P(x=-1) + P(x=1) + P(x=2) = 0,25 +0,12 + 0,23 =**0,6**
3. **E(x)** = -1\*0,25 + 1\*0,12 + 2\*0,23 + 3\*0,17 + 4\*0,23 =**1,76 🡺 (E(x)) ²** = 1,76² = **3,0976**
4. **V(x)** = E(x²) – (E(x))² 🡺 **E(x²)** = -1² \* 0,25 + 1² \* 0,12 + 2² \*0,23 + 3² \* 0,17 + 4² \* 0,23 =**6,5**

**V(x)** = 6,5 – 3,0976 = **3,4024**

1. De los postulantes para un trabajo administrativo, se comprobó que el 20 % no sabían ingles ni computación, el 70 % cumplían uno de los dos requisitos, y el 10 % ambos. Si se toma como variable aleatoria la cantidad de requisitos que cumplimenta el postulante,
   1. Definir el cuadro de distribución de probabilidades para la variable aleatoria.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| N° Requisitos | 0 | 1 | 2 |
| P(X = Xi) | 0,20 | 0,70 | 0,10 |

* 1. Halle la Esperanza y la Varianza.

**E(x)** = 0\*0,20 + 1\*0,70 + 2\*0,10 = **0,9 🡺 (E(x)) ²** = 0,9 ² = **0,81**

**V(x)** = E(x²) – (E(x)) ² 🡺 **E(x²)** = 0² \* 0,20 + 1² \* 0,70 + 2² \*0,10=**1,1**

**V(x)** = 1,1 – 0,81 = **0,29**

1. Un dado tiene en sus caras los números del 1 al 6, y otro los números del 7 al 12.

Ambos son equilibrados. Se llaman X e Y a las respectivas variables aleatorias. Calcular:

* 1. E(X) y E(Y).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° entre 1 y 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| P(X = Xi) | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 |

**E(x)** = 1\*0,1667 + 2\*0,1667 + 3\*0,1667 + 4\*0,1667 + 5\*0,1667 + 6\*0,1667 = **3,5007**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° entre 7 y 12 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| P(Y = Yi) | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 | 0,1667 |

**E(Y)** = 7\*0,1667 + 8\*0,1667 + 9\*0,1667 + 10\*0,1667 + 11\*0,1667 + 12\*0,1667 = **9,5019**

* 1. Verificar que E(Z) = E(X) + E(Y), siendo Z=X+Y.



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N° suma x +y | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| P(Z = Zi) | 0,0278 | 0,0556 | 0,0833 | 0,1111 | 0,1389 | 0,1667 | 0,1389 | 0,1111 | 0,0833 | 0,0556 | 0,0278 |

**E(z)** = 8\*0,0278 + 9\*0,0556 + 10\*0,0833 + 11\*0,1111 + 12\*0,1389 + 13\*0,1667+ 14\*0,1389 + 15\*0,111 + 16\* 0,0833+ 17\*0,0556 + 18\*0,0278 = **13,0013**

E(Z) = E(X) + E(Y) 🡺 **13,0013 3,5007 +** = **9,5019** 🡺 **13,0013 13,0026**

1. Un gerente elabora un plan para el año entrante. El beneficio, B, es función del costo fijo, Y, y de las ventas, X, y viene dado por la siguiente relación: B = $ 20.X ─ Y. Las ventas y los costos son variables aleatorias independientes, con los siguientes valores esperados, y desvíos:

COSTOS VENTAS

VALOR ESPERADO 150000 10000

DESVIO 50000 2000

¿Cuál es el valor esperado y el desvío de la variable aleatoria “Beneficio”?

* Siendo B = 20X -Y 🡺 E(B) = 20\*E(X) -E(Y)

E(B) = 20\*10000 – 150000

**E(B) = 50000**

* Siendo B = 20X -Y🡺 V(B) = 20 ² \* 2000² + 50000² 🡺 como el enunciado da el desvío, para aplicar las propiedades n V(B) = 41000000000 de la varianza, elevo el desvío al cuadrado.

σ**(x) =** = = **64031,24237**

1. Un fabricante produce artículos de tal modo que el 10% son defectuosos y el 90% no lo son. Si se produce un artículo defectuoso el fabricante pierde 10 $, mientras que un artículo sin defectos le produce una utilidad de 50 $. ¿Cuánto esperará ganar por artículo a la larga?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ganancia | -10 | 50 |
| P(X = Xi) | 0,10 | 0,9 |

E(X) = -10\*0,10 + 50\*0,90 🡺 **E(X) = 44**

1. Un torno automático produce en promedio un 5% de piezas defectuosas. De una gran producción se toman al azar 10 piezas. Calcular la probabilidad de encontrar:
   1. Dos defectuosas.

**X= “Cantidad de piezas defectuosas” p= 0.05 q =0.95**

**X⁓B (10;0.05)**

**P(x=k) = \* \***

**P(x=2) = \* \* 0.07463**

* 1. Más de dos defectuosas.

**P(x > 2) 1 -P(x=0) – P(x=1) – P(x=2) 1 – 0.5987 - 0.3151 – 0.07463 0.01157**

**P(x=0) = \* \* 0.5987**

**P(x=1) = \* \* 0.3151**

**P(x=2) = \* \* 0.07463**

* 1. Dos o menos defectuosas.

**P(x ≤ 2) P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) = 0.5987 + 0.3151 + 0.07463 0.98843**

1. Se tira una moneda 10 veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener 3 caras exactamente? Hallar el valor esperado del número de caras.

**X= “Número de caras” p= 0.5 q =0.5**

**X⁓B (10;0.5)**

**P(x=3) = \* \* 0.1172**

**E(x) = n\*p = 10\*0.5 = 5**

1. El 5% de los tornillos producidos por día por una máquina tienen defectos. Se eligen 15 al azar. Hallar la probabilidad de que a lo sumo 4 sean defectuosos.

**X= “ Cantidad de tornillos defectuosos” p= 0.05 q =0.95**

**X⁓B (15;0.5)**

**P(x ≤ 4) P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) + P(x=3) + P(x=4)**

**P(x ≤ 4) 0.4633 + 0.3658 + 0.1348 + 0.03073 + 0.004853 0.999483**

**P(x=0) = \* \* 0.4633**

**P(x=1) = \* \* 0.3658**

**P(x=2) = \* \* 0.1348**

**P(x=3) = \* \* 0.03073**

**P(x=4) = \* \* 0.004853**

1. Al probar neumáticos para camión se encontró que el 25 % no superaban la prueba.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que, en los próximos 5 neumáticos, al menos tres no pasen la prueba?

**X: Cantidad de Neumáticos fallados p = 0.25 q = 0.75**

**X~B(5, 0.25)**

**P(x ≥ 3) = P(x= 3) + P(x = 4) + P(x = 5) ≅ 0.08789 + 0.01465 + 0.0009766 ≅ 0.1035**

**P(x=3) = \* \* 0.09789**

**P(x=4) = \* \* 0.01465**

**P(x=5) = \* \* 0.0009766**

* 1. ¿Cuál es la probabilidad de que, en los próximos 5 neumáticos, más de 2 pasen la prueba?

**Y: “Nro de Neumáticos en buen estado” p = 0.75 q = 0.25**

**Y~B (5, 0.75)**

**P(x 2) = P(x= 3) + P(x = 4) + P(x = 5) ≅ 0.2637+ 0.3955 + 0.2373 ≅ 0.8965**

**P(x=3) = \* \* 0.2637**

**P(x=4) = \* \* 0.3955**

**P(x=5) = \* \* 0.2373**

1. Un alumno decide resolver un examen de estadística con 15 preguntas del tipo verdadero – falso adivinando, tirando una moneda. El examen se aprueba contestando correctamente por lo menos nueve preguntas.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de aprobar el examen adivinando?

**X= “Nro de Respuestas Correctas” p = 0.5 q = 0.5**

**X⁓B(15,0.5)**

**P(x ≥ 9) = P(x = 9) + P(x = 10) + P(x = 11) + P(x = 12) + P(x = 13) + P(x =14) + P(x = 15)**

**P(x = 9) = \* \* 0.15274**

**P(x = 10) = \* \* 0.09164**

**P(x = 11) = \* \* 0.04166**

**P(x = 12) = \* \* 0.01389**

**P(x = 13) = \* \* 0.003204**

**P(x = 14) = \* \* 0.0004578**

**𝑃(x = 15) = \* \* 0.00003052**

**P(x ≥ 9) ≅ 0.15274 + 0.09164 + 0.04166 + 0.01389 +0.003204 + 0.0004578 + 0.00003052**

**P(x ≥ 9) ≅ 0.30362**

* 1. ¿Cuántas preguntas se esperan se contesten en forma correcta?

**E(x) = n\*p = 15\*0.5 = 7.5**

1. En una caja hay 12 piezas de las cuales 7 están marcadas. Un montador toma al azar 4 piezas con reposición. Hallar la probabilidad de obtener:

**X: Cantidad de Piezas marcadas p = 7/12 q = 05/12**

**X~B (4, 0.5833)**

* 1. Por lo menos una marcada

**P(x = 1- P(x=0) 1- 0.03014 0.96986**

**P(x=0) = \* \* 0.03014**

* 1. A lo sumo dos marcadas.

**P(x = P(x=0) + P(x=1) + P(x=2) 0.03014 + 0.16878 + 0.35446 0.5533**

**P(x=0) = \* \* 0.03014**

**P(x=1) = \* \* 0.16878**

**P(x=2) = \* \* 0.35445**

* 1. Exactamente dos marcadas.

**P(x=2) = \* \* 0.35445**

1. Se sabe que un experimento cumple las condiciones de una distribución binomial. Se desea un valor esperado de 2000 y un desvío estándar de 20. Calcular n y p.

**E(x) = n\*p = 2000**

**= = 20 🡺 = 20 🡺 q = (20²) /2000 = 0.2**

**q= 0.2 p = 0.8**

**E(x) = n\*p = 2000 🡺 n\*0.8 = 2000 🡺 n = 2000/0.8**

**n= 2500**

1. La probabilidad de que un individuo sufra una reacción por una vacuna es 0.001. Hallar la probabilidad de que de 2000 personas inyectadas:

X= “Nro. De casos que reaccionan a la vacuna” p = 0.001 n = 2000 🡺 se dan las condiciones para que se aproxime la distribución binomial usando Poissson

**P (Y=K)=**

**= E(x) = n\*p = 0.001 \* 2000 🡺 =2**

* 1. Tres tengan reacción.

**P(Y=3) = 0,1804**

* 1. A los sumo dos tengan reacción.

**P(Y = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2)**

P(Y=0) = 0.13534

P(Y=1) = 0.27067

P(Y=2) = 0.27067

**P(Y 0.13534 + 0.27067 + 0.27067 0.67668**

* 1. Por lo menos dos tengan reacción.

**P(Y = 1- P(Y=0) - P(Y=1)**

**P(Y )** 1 - 0.13534 – 0.27067 **0.59399**

1. En la fabricación de tornillos bajo control se sabe que el 99% de los tornillos son precisos. Si los tornillos se venden en cajas de 250. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja haya 5 defectuosos?

**X: Cantidad de tornillos defectuosos p = 0.01 q = 0.99**

**X~B (250, 0.01)**

**P(X=5) = \* \* 0.6667**

1. Un líquido contiene ciertas bacterias a razón de 4 por cm cúbico (valor esperado).

Hallar la probabilidad de que una muestra de 1 cm3, no contenga ninguna bacteria.

**Y: Cantidad de bacterias por cm³**

**Y~P =4**

**P(Y=0)** = **0.01832**

1. El número de llamadas que ingresan a una central telefónica en un determinado horario sigue una distribución de Poisson con un valor medio de 4,6. Halle la probabilidad de que en ese horario ingresen:

**Y: Cantidad de llamadas**

**Y~P =4.6**

* 1. Más de una llamada.

P( Y 1) = 1 – P( Y=0) – P(Y=1)

P(Y=0) = 0.01005

P(Y=1) = 0.04624

P( Y 1) 1 – 0.01005 – 0.04624  **0.94371**

* 1. Por lo menos 2 llamadas.

P( Y 2) = 1 – P( Y=0) – P(Y=1)  **0.94371**

* 1. A lo sumo dos llamadas.

P( Y 2) = P( Y=0) + P(Y=1) + P(Y=1)

P(Y=2) = 0.10634

**P( Y 2) = 0.01005 + 0.04624 + 0.10634 = 0.16263**

1. A un banco llegan 120 clientes por hora.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto lleguen por lo menos tres clientes?

Si en 60 minutos llegan 120 clientes 🡺 en un minuto llegan (120/60) = 2

**Y: Cantidad de clientes en un minuto**

**Y~P =2**

**P(Y) = 1 – P(Y=0) – P(Y =1) – P(Y=2)**

P(Y=0) = 0.1353

P(Y=1) = 0.2707

P(Y=2) = 0.2707

**P(Y) 1 – 0.1353 – 0.2707 – 0.2707 = 0.3233**

* 1. ¿Cuántos clientes se espera lleguen en media hora?

Si en 60 minutos llegan 120 clientes 🡺 en un 30 minuto llegan (30\*120)/60 = 60

1. El número de defectos en una tela sigue una distribución de Poisson con valor medio de 2.3 por metro lineal de tela. Se pide que:
   1. Encuentre en un metro lineal, la probabilidad de hallar a lo sumo un defecto.

**Y:Numero de defectos por metro lineal de tela**

**Y~P =2.3**

P(Y 1) = P(Y=0) + P(Y=1)

P(Y=0) = 0.1002

P(Y=1) = 0.2306

**P(Y1) 0.1002 + 0.2306 0.3308**

* 1. Encuentre en dos metros lineales, la probabilidad de hallar a lo sumo un defecto.

Si en un metro lineal el promedio de defectos es 2.3 🡺 en dos metro lineales es 4.6

**Y:Numero de defectos por dos metros lineales de tela**

**Y~P =4.6**

P(Y 1) = P(Y=0) + P(Y=1)

P(Y=0) = 0.01005

P(Y=1) = 0.04624

**P(Y1) 0.01005 + 0.04624 0.05629**

1. Una central de quejas telefónicas recibe 5 llamadas por día.
   1. ¿Cuál es la probabilidad de que en tres días no se reciban quejas?

Si en un día recibe 5 llamadas 🡺 en 3 días va a recibir 15 llamadas

**Y:Número de quejasen 3 días**

**Y~P =15**

P(Y=0) = 0.0000003059

* 1. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se reciban menos de tres quejas, si se sabe que hubo por lo menos una?

**Y:Número de quejas en un dia**

**Y~P = 5**

𝑃(Y ≥ 1 ∩ Y < 3) = 𝑃(𝑋 = 1) + 𝑃(𝑋 = 2)

P(Y=1) = 0.03369

P(Y=2) = 0.08422

**P( Y 1 ∩ Y3) 0.03369 + 0.08422 =0.11791**

* 1. ¿Cuántas llamadas se esperan por semana?

Y = Numero de llamadas por semana

**E(Y) = n.p = 5\*7 = = 35**